

Legal Cheat Sheet

$\langle \text{proposition} \rangle := T \mid F \mid \langle \text{identifier} \rangle$

$|(\neg \langle \text{proposition} \rangle)$

$|(\langle \text{proposition} \rangle \Rightarrow \langle \text{proposition} \rangle)$

$|(\langle \text{proposition} \rangle = \langle \text{proposition} \rangle)$

$|(\langle \text{proposition} \rangle \wedge \langle \text{proposition} \rangle)$

$|(\langle \text{proposition} \rangle \vee \langle \text{proposition} \rangle)$

Fully parenthesized grammar:

Precedence order for operators.

\neg	Highest priority	$\neg\neg a = \neg(\neg a)$
\wedge		$a \wedge b \wedge c = (a \wedge b) \wedge c$
\vee		$a \vee b \vee c = (a \vee b) \vee c$
\Rightarrow		$a \Rightarrow b \Rightarrow c = (a \Rightarrow b) \Rightarrow c$
$=$	Lowest priority	$a = b = c$ same as $(a = b) = c$

Truth Tables

a	b	$\neg a$	$a \wedge b$	$a \vee b$	$a \Rightarrow b$	$a = b$
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	F	F	T	T

Algebraic Laws

$(E1 \wedge E2) = (E2 \wedge E1)$	$E1 \vee (E2 \wedge E3) = (E1 \vee E2) \wedge (E1 \vee E3)$
$(E1 \vee E2) = (E2 \vee E1)$	$E1 \wedge (E2 \vee E3) = (E1 \wedge E2) \vee (E1 \wedge E3)$
$(E1 = E2) = (E2 = E1)$	$\neg(E1 \vee E2) = \neg E1 \wedge \neg E2$
$E1 \wedge (E2 \wedge E3) = (E1 \wedge E2) \wedge E3$	$\neg(E1 \wedge E2) = \neg E1 \vee \neg E2$
$E1 \vee (E2 \vee E3) = (E1 \vee E2) \vee E3$	$\neg(\neg E1) = E1$

$E1 \vee \neg E1 = T$	$E1 \vee E1 = E1$	$E1 \wedge E1 = E1$
$E1 \wedge \neg E1 = F$	$E1 \vee T = T$	$E1 \wedge T = E1$
$(E1 \Rightarrow E2) = (\neg E1 \vee E2)$	$E1 \vee F = E1$	$E1 \wedge F = F$
$(E1 = E2) = ((E1 \Rightarrow E2) \wedge (E2 \Rightarrow E1))$	$E1 \vee (E1 \wedge E2) = E1$	$E1 \wedge (E1 \vee E2) = E1$

Inference Rules

$\wedge - I: \frac{E_1, \dots, E_n}{E_1 \wedge \dots \wedge E_n}$	$\wedge - E: \frac{E_1 \wedge \dots \wedge E_n}{E_i}$
$\vee - I: \frac{E_i}{E_1 \vee \dots \vee E_n}$	$\vee - E: \frac{E_1 \vee \dots \vee E_n, E_1 \Rightarrow E, \dots, E_n \Rightarrow E}{E}$
$\neg - I: \frac{\text{From } E \text{ infer } E1 \wedge \neg E1}{\neg E}$	$\neg - E: \frac{\text{From } \neg E \text{ infer } E1 \wedge \neg E1}{E}$
$= - I: \frac{E_1 \Rightarrow E_2, E_2 \Rightarrow E_1}{E_1 = E_2}$	$= - E: \frac{E_1 = E_2}{E_1 \Rightarrow E_2, E_2 \Rightarrow E_1}$
$\Rightarrow - I: \frac{\text{From } E_1, \dots, E_n \text{ infer } E}{(E_1 \wedge \dots \wedge E_n) \Rightarrow E}$	$\Rightarrow - E: \frac{E_1 \Rightarrow E_2, E_1}{E_2}$